Università degli Studi di Milano / Bicocca – Facoltà di Economia
MATEMATICA GENERALE Modulo B Ecocomm A-D (Prof.ssa G.Carcano)
Prova scritta del 18 febbraio 2004 – SOLUZIONI

---

1. Quale, delle seguenti, è la serie di MacLaurin della funzione $f(x) = e^{-x}$?

$\boxed{a}$ nessuna delle altre ■ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n!}$ $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n!}$ $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$

Soluz.: vedi materiale didattico

2. Sia $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; allora il rango della matrice $\mathbf{A} + \mathbf{A}^T$ è

$\boxed{a}$ 1 $\boxed{b}$ 2 ■ 3 $\boxed{d}$ non esiste

Soluz.:

$$\mathbf{A} + \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{Det}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) \neq 0 \ \Rightarrow \ \mathrm{r}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) = 3 \quad \boxed{c}$$

3. Siano $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -111 & 121 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 11 & 2 & 33 \\ -7 & -1 & 23 \end{bmatrix}$; allora l'elemento di posto $(1, 2)$ della matrice $\mathbf{AB}$ è

$\boxed{a}$ nessuna delle altre $\boxed{b}$ 272 ■ 4 $\boxed{d}$ -1

Soluz.: Chi si è impaurito per i numeri grossi, non ha capito niente ... L'elemento di posto $(1, 2)$ si ottiene come prodotto interno della prima riga di $\mathbf{A}$ per la seconda colonna di $\mathbf{B}$ (e qui ci sono solo numeri piccoli ...)

$$a_{12} = [2 \ \ 0] \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 4 \qquad \boxed{c}$$

4. Quale, dei seguenti integrali, *non* è integrabile elementarmente?

■ $\displaystyle\int e^{x^2} dx$ $\boxed{b}$ $\displaystyle\int xe^{x^2} dx$ $\boxed{c}$ $\displaystyle\int xe^{-x^2} dx$ $\boxed{d}$ $\displaystyle\int xe^{x}$

Soluz.: vedi materiale didattico

5. Sia $f : [a, b] \to I\!R$; quale, delle seguenti affermazioni, è corretta?

$\boxed{a}$ se f non è continua, allora non è Riemann integrabile
$\boxed{b}$ se f non è derivabile, allora non è Riemann integrabile
■ se f è monotona, allora è Riemann integrabile
$\boxed{d}$ se f è Riemann integrabile, allora è illimitata

Soluz.: vedi materiale didattico

6. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, con somma 7, se e solo se

$\boxed{a}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 7$ $\boxed{b}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ ■ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k = 7$ $\boxed{d}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=n}^{+\infty} a_k = 7$

Soluz.: vedi materiale didattico

7. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{3^n}$ $\boxed{a}$ diverge a $+\infty$ $\boxed{b}$ converge, con somma $\frac{2}{3}$ $\boxed{c}$ diverge a $-\infty$ ■ nessuna delle altre tre affermazioni è corretta

Soluz.: serie geometrica di ragione $\frac{1}{3}$, quindi convergente, con somma positiva; la somma è

$$S = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{3^n} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \qquad \boxed{d}$$

8.

- Si enunci **(3 punti)** e si dimostri **(3 punti)** il *Teorema fondamentale del calcolo integrale* (per l'enunciato, è richiesto <u>il caso generale</u>, per la dimostrazione, è sufficiente <u>il caso particolare</u>)

  Soluz.: vedi materiale didattico

- Sia $f(x) = \sqrt{1+x^2}+1$; si determini la funzione integrale F, di f, con punto iniziale $x_0 = 0$ **(3 punti)**; si determini $F'(x)$ **(3 punti)**

  Soluz.:

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \left(\sqrt{1+t^2}+1\right) dt$$
$$F'(x) = f(x) = \sqrt{1+x^2}+1$$